

2nd UP+C Integration Bee (Solucions)

Normes de correcció

- No cal constant, si hi ha una constant s'ignora a l'hora de puntuar
- Qualsevol ambigüitat (d'integral indefinida) s'ha de resoldre comparant la funció proposada amb la resposta oficial gràficament (Geogebra/Desmos), i mirar si disten una constant o no.
- Si el resultat és correcte (o ho sembla) però no està simplificat, demanar que es simplifiqui més, però no contar com a error
- Algunes simplificacions són subjectives, no cal ser massa estrictes (sobretot amb logaritmes i potències)
- $\log = \ln$
- Sempre i quan el resultat no sigui numèric, les integrals hiperbòliques es poden expressar en termes de e^x

QUARTER-FINALS (4' per integral)

1.

$$\int_{-\pi/2}^{\pi/2} (\sin x + 2 \cos x)^5 dx = \frac{892}{15}$$

2.

$$\int_0^{\pi/2} \frac{1}{1 + 2 \sin^2 x} dx = \frac{\pi}{2\sqrt{3}}$$

3.

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{\tanh(\phi x)} \operatorname{sech}^2\left(x + \frac{x}{\phi}\right) dx = \frac{(e - e^{-1})}{\phi}$$

4.

$$\int_0^{4\pi} (\sinh x + \cosh x)^{506} dx = \frac{e^{2024\pi} - 1}{506}$$

5.

$$\int \frac{(1 - 2x)e^{\arctan(x)}}{(1 + x^2)^2} dx = \frac{e^{\arctan(x)}}{1 + x^2}$$

SEMI-FINALS 1 (4' per integral)

1.

$$\int_0^{\infty} \left\lfloor \frac{1}{\sqrt{x}} \right\rfloor dx = \frac{\pi^2}{6}$$

2.

$$\int_0^1 \{-\ln(x)\} dx = \frac{e-2}{e-1}$$

3.

$$\int_0^{\infty} (1 - e^{-1/x^2}) dx = \sqrt{\pi}$$

4.

$$\int \frac{1}{x^3-1} dx = \frac{1}{6} \left(-2\sqrt{3} \arctan\left(\frac{1+2x}{\sqrt{3}}\right) + 2\log(1-x) - \log(1+x+x^2) \right)$$

5.

$$\int_0^1 \frac{1}{(1+x^2)^2} dx = \frac{2+\pi}{8}$$

SEMI-FINALS 2 (4' per integral)

1.

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-(x+1)(x+1/\phi)}}{1+e^{-\phi x}} dx = \frac{\sqrt{\pi}}{2} e^{-1/\phi}$$

2.

$$\int_0^{\pi} \frac{(\cot(1011x) + \cot(1013x)) \sin(1011x) \sin(1013x)}{\sin(2024x)} dx = \pi$$

3.

$$\int_0^{\infty} \frac{1}{(1+x^2)(1+x^{2024})} dx = \frac{\pi}{4}$$

4.

$$\int_{-1/2}^{1/2} \frac{1}{x - \sqrt{1-x^2}} dx = -\frac{\pi}{6} - \tanh^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

5. NO VA SORTIR

FINALS (20' per fer 3 integrals)

1.

$$\int_{1/e}^e \frac{\arctan x}{x} dx = \frac{\pi}{2}$$

2.

$$\int_1^\infty \frac{\ln(1 + \frac{1}{x})}{x^2 + 1} dx = \frac{\pi}{8} \ln 2$$

3.

$$\int_0^\pi [\pi^2 \cos^3 x] \sin x dx = -1$$

4.

$$\int_{-2024\pi}^{2024\pi} \frac{\cos^5(x) + 1}{e^{-x} + 1} dx = 2024\pi$$

5.

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\sin x}{\sqrt{1 + \sqrt{\sin(2x)}}} dx = 2 - \sqrt{2} \ln(1 + \sqrt{2}) = 2 - \sqrt{2} \sinh^{-1}(1)$$

6.

$$\int_0^\pi \ln(5 + 4 \cos x) dx = 2\pi \ln(2)$$
